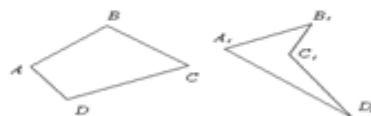


## Четырехугольники

**Четырехугольником** называется фигура, которая состоит из четырех точек и четырех последовательно соединяющих их отрезков, никакие три из данных точек не лежат на одной прямой, а соединяющие их отрезки не пересекаются.

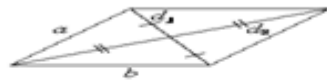
Выпуклый  $ABCD$  и невыпуклый  $A_1B_1C_1D_1$ .

Две несмежные стороны, две вершины, не являющиеся соседними, четырехугольника называются *противоположными*.



**Параллелограмм** называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

**Свойства параллелограмма:** противоположные стороны равны; противоположные углы равны; диагонали точкой пересечения делятся пополам; сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна  $180^\circ$ ; биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник; сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех сторон:  $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$ .



**Признаки параллелограмма:**

Четырехугольник является параллелограммом, если: 1) две его противоположные стороны равны и параллельны; 2) противоположные стороны попарно равны; 3) диагонали точкой пересечения делятся пополам. **Площадь параллелограмма:**

$$S = ah_a \text{ или } S = ab \sin \alpha \text{ или } S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi, \text{ где } a \text{ и } b \text{ — смежные}$$

стороны;  $\alpha$  — угол между ними;  $h_a$  — высота, к стороне  $a$ ;  $d_1, d_2$  — диагонали;  $\varphi$  — угол между ними.

**Трапецией** называется четырехугольник, у которого две противоположные стороны параллельны, а две другие не параллельны. Параллельные стороны трапеции называются ее *основаниями*, а непараллельные стороны — *боковыми сторонами*. Отрезок, соединяющий середины боковых сторон, называется *средней линией*.



Трапеция называется *равнобедренной* (или *равнобокой*), если ее боковые стороны равны.

Трапеция, один из углов которой прямой, называется *прямоугольной*.

**Свойства трапеции:** ее средняя линия параллельна основаниям и равна их

$$l = \frac{a+b}{2};$$

полусумме;

если трапеция равнобокая, то ее диагонали равны и углы при основании равны;

если трапеция равнобокая, то около нее можно описать окружность;

если сумма оснований равна сумме боковых сторон, то в нее можно вписать окружность.

**Признак трапеции:** четырехугольник является трапецией, если его параллельные стороны не равны.

**Площадь трапеции:**

$$S = \frac{1}{2} (a+b)h \text{ или } S = lh$$

а и  $b$  — основания;  $h$  — высота;  $l$  — средняя линия.

**Прямоугольником** называется параллелограмм, у которого все углы прямые.

**Свойства прямоугольника:** диагонали равны.

И все свойства параллелограмма.



**Признаки прямоугольника:** Параллелограмм

является прямоугольником, если: 1) один из его углов прямой, 2) его диагонали равны.

**Площадь прямоугольника:**

$$S = ab \text{ или } S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$

где  $a$  и  $b$  — смежные стороны,  $d_1, d_2$  — диагонали;  $\varphi$  — угол между ними.

**Ромбом** называется параллелограмм, у которого все стороны равны.

**Свойства ромба:** диагонали перпендикулярны и делят его углы пополам.

Все свойства параллелограмма.

**Признаки ромба:** Параллелограмм является ромбом, если: 1) две его смежные стороны равны; 2) его диагонали перпендикулярны; 3) одна из диагоналей является биссектрисой его угла.



**Площадь ромба:**

$$S = ah_a \text{ или } S = a^2 \sin \alpha \text{ или } S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \text{ где } a \text{ — сторона; } \alpha \text{ — угол}$$

между сторонами;  $h_a$  — высота, к стороне  $a$ ;  $d_1, d_2$  — диагонали

**Квадратом** называется прямоугольник, у которого все стороны равны.

**Свойства квадрата:** все углы квадрата прямые; диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.



**Признаки квадрата:** Прямоугольник является квадратом, если он обладает каким-нибудь признаком ромба.

**Площадь квадрата:**  $S = a^2$  или  $S = \frac{1}{2} d^2$  где  $d$  — диагональ,  $a$  — сторона

**Площадь произвольного выпуклого четырехугольника:**

$d_1, d_2$  — диагонали,  $\varphi$  — угол между ними;  $S$  — площадь.

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$

